**ПРИЛОЖЕНИЕ**

**К статье С.А. Белановского «Репрезентативность качественных опросов»**

**(дается в авторской редакции)**

**РАСЧЕТЫ ВЕЛИЧИНЫ ВЫБОРКИ**

**Задача 1.1 (столбец 7).** Определить объем выборки для двух сегментов в пропорциях 95:5 так, чтобы в нее попал хотя бы один представитель малого сегмента.

**Решение.**

$p -$ вероятность появления в популяции представителя малого сегмента ($p$ = 0,05).

$n - $объем выборки.

Вероятность того, что ни один представитель малого сегмента не попадет в выборку, равна:

 $C\_{n}^{0}0,05^{0}(1-0,05)^{n-0}=0,95^{n}$ **(1)**

Сумма приведенных ниже вероятностей равна 1:

1. Вероятность того, что ни один представитель малого сегмента не попадет в выборку;
2. Вероятность того, что хотя бы один представитель малого сегмента попадет в выборку.

Отсюда следует, что вероятность попадания в выборку хотя бы одного представителя малого сегмента равна:

 $1-0,95^{n}$ **(2)**

Будем считать, что попадание в выборку хотя бы одного представителя малого сегмента происходит с определенной доверительной вероятностью $β.$Таким образом, получаем формулу, по которой можно рассчитать объем случайной выборки для двух сегментов в пропорциях 95:5 так, чтобы в нее попал хотя бы один представитель малого сегмента:

 $1-0,95^{n}=$ $β$ **(3)**

Отсюда $n$ равно:

 $n=(1-β) $ **(4)**

Если доверительная вероятность равна 0,99, получим следующее:

$n=(1-0,99)= 0,01= 89,781≈90$ респондентов

Если доверительная вероятность равна 0,95, получим следующее:

$n=(1-0,95)= 0,05= 58,404≈59$ респондентов (округляем к большему значению)

Если доверительная вероятность равна 0,9, получим следующее:

$n=(1-0,9)= 0,1= 44,891≈45$ респондентов

**Задача 1.2 (столбец 7).** Определить объем выборки для двух сегментов в пропорциях 95:5 так, чтобы в нее попали хотя бы три представителя малого сегмента.

**Решение.**

$p -$ вероятность появления в популяции представителя малого сегмента ($p$ = 0,05).

$n -$ объем выборки.

Вероятность того, что в выборку попадут менее, чем 3 представителя малого сегмента, равна:

 $C\_{n}^{0}0,05^{0}(1-0,05)^{n-0}+C\_{n}^{1}0,05^{1}(1-0,05)^{n-1}+C\_{n}^{2}0,05^{2}(1-0,05)^{n-2}=0,95^{n}+0,05∙0,95^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,05^{2}∙0,95^{n-2}$ **(1)**

Сумма приведенных ниже вероятностей равна 1:

1. Вероятность того, что в выборку попадут менее, чем 3 представителя малого сегмента;
2. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы 3 представителя малого сегмента.

Отсюда следует, что вероятность попадания в выборку хотя бы 3 представителей малого сегмента равна:

 $1-0,95^{n}-0,05∙0,95^{n-1}∙n-\frac{n(n-1)}{2}∙0,05^{2}∙0,95^{n-2}$ **(2)**

Будем считать, что попадание в выборку хотя бы 3 представителей малого сегмента происходит с определенной доверительной вероятностью $β.$Таким образом, получаем формулу, по которой можно рассчитать объем случайной выборки для двух сегментов в пропорциях 95:5 так, чтобы в нее попали хотя бы три представителя малого сегмента:

 $1-0,95^{n}-0,05∙0,95^{n-1}∙n-\frac{n(n-1)}{2}∙0,05^{2}∙0,95^{n-2}=$ $β$

$0,95^{n}+0,05∙0,95^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,05^{2}∙0,95^{n-2}=1-β$ **(3)**

Если доверительная вероятность равна 0,99, получим следующее:

$$0,95^{n}+0,05∙0,95^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,05^{2}∙0,95^{n-2}=1-0,99; $$

$$0,95^{n}+0,05∙0,95^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,05^{2}∙0,95^{n-2}=0,01; $$

$n≈165$ респондентов

Если доверительная вероятность равна 0,95, получим следующее:

$$0,95^{n}+0,05∙0,95^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,05^{2}∙0,95^{n-2}=1-0,95; $$

$$0,95^{n}+0,05∙0,95^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,05^{2}∙0,95^{n-2}=0,05; $$

$n≈124$ респондента

Если доверительная вероятность равна 0,9, получим следующее:

$$0,95^{n}+0,05∙0,95^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,05^{2}∙0,95^{n-2}=1-0,9; $$

$$0,95^{n}+0,05∙0,95^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,05^{2}∙0,95^{n-2}=0,1; $$

$n≈105$ респондентов

**Задача 2.1 (столбец 2).** Определить объем выборки для двух сегментов в пропорциях 90:10 так, чтобы в нее попал хотя бы один представитель большого сегмента.

**Решение.**

$p -$ вероятность появления в популяции представителя большого сегмента ($p$ = 0,9).

$n - $объем выборки.

Вероятность того, что ни один представитель большого сегмента не попадет в выборку, равна:

 $C\_{n}^{0}0,9^{0}(1-0,9)^{n-0}=0,1^{n}$ **(1)**

Сумма приведенных ниже вероятностей равна 1:

1. Вероятность того, что ни один представитель большого сегмента не попадет в выборку;
2. Вероятность того, что хотя бы один представитель большого сегмента попадет в выборку.

Отсюда следует, что вероятность попадания в выборку хотя бы одного представителя большого сегмента равна:

 $1-0,1^{n}$ **(2)**

Будем считать, что попадание в выборку хотя бы одного представителя большого сегмента происходит с определенной доверительной вероятностью $β.$Таким образом, получаем формулу, по которой можно рассчитать объем случайной выборки для двух сегментов в пропорциях 90:10 так, чтобы в нее попал хотя бы один представитель большого сегмента:

 $1-0,1^{n}=$ $β$ **(3)**

Отсюда $n$ равно:

 $n=(1-β) $ **(4)**

Если доверительная вероятность равна 0,99, получим следующее:

$n=(1-0,99)= 0,01= 2$ респондента

Если доверительная вероятность равна 0,95, получим следующее:

$n=(1-0,95)= 0,05= 1,301≈2$ респондента (округляем к большему значению)

Если доверительная вероятность равна 0,9, получим следующее:

$n=(1-0,9)= 0,1= 1$ респондент

**Задача 2.2 (столбец 2).** Определить объем выборки для двух сегментов в пропорциях 90:10 так, чтобы в нее попали хотя бы три представителя большого сегмента.

**Решение.**

$p -$ вероятность появления в популяции представителя большого сегмента ($p$ = 0,9).

$n -$ объем выборки.

Вероятность того, что в выборку попадут менее, чем 3 представителя большого сегмента, равна:

 $C\_{n}^{0}0,9^{0}(1-0,9)^{n-0}+C\_{n}^{1}0,9^{1}(1-0,9)^{n-1}+C\_{n}^{2}0,9^{2}(1-0,9)^{n-2}=0,1^{n}+0,9∙0,1^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{2}∙0,1^{n-2}$ **(1)**

Сумма приведенных ниже вероятностей равна 1:

1. Вероятность того, что в выборку попадут менее, чем 3 представителя большого сегмента;
2. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы 3 представителя большого сегмента.

Отсюда следует, что вероятность попадания в выборку хотя бы 3 представителей большого сегмента равна:

 $1-0,1^{n}-0,9∙0,1^{n-1}∙n-\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{2}∙0,1^{n-2}$ **(2)**

Будем считать, что попадание в выборку хотя бы 3 представителей большого сегмента происходит с определенной доверительной вероятностью $β.$Таким образом, получаем формулу, по которой можно рассчитать объем случайной выборки для двух сегментов в пропорциях 90:10 так, чтобы в нее попали хотя бы три представителя большого сегмента:

 $1-0,1^{n}-0,9∙0,1^{n-1}∙n-\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{2}∙0,1^{n-2}=$ $β$

$0,1^{n}+0,9∙0,1^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{2}∙0,1^{n-2}=1-β$ **(3)**

Если доверительная вероятность равна 0,99, получим следующее:

$$0,1^{n}+0,9∙0,1^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{2}∙0,1^{n-2}=1-0,99; $$

$$0,1^{n}+0,9∙0,1^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{2}∙0,1^{n-2}=0,01; $$

$n≈5$ респондентов

Если доверительная вероятность равна 0,95, получим следующее:

$$0,1^{n}+0,9∙0,1^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{2}∙0,1^{n-2}=1-0,95; $$

$$0,1^{n}+0,9∙0,1^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{2}∙0,1^{n-2}=0,05; $$

$n≈5$ респондентов

Если доверительная вероятность равна 0,9, получим следующее:

$$0,1^{n}+0,9∙0,1^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{2}∙0,1^{n-2}=1-0,9; $$

$$0,1^{n}+0,9∙0,1^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{2}∙0,1^{n-2}=0,1; $$

$n≈4$ респондента

**Задача 3.1.а (столбец 6).** Определить объем выборки для двух сегментов в пропорциях 90:10 так, чтобы в нее попал хотя бы один представитель малого сегмента.

**Решение.**

$p -$ вероятность появления в популяции представителя малого сегмента ($p$ = 0,1).

$n -$ объем выборки.

Вероятность того, что ни один представитель малого сегмента не попадет в выборку, равна:

 $C\_{n}^{0}0,1^{0}(1-0,1)^{n-0}=0,9^{n}$ **(1)**

Сумма приведенных ниже вероятностей равна 1:

1. Вероятность того, что ни один представитель малого сегмента не попадет в выборку;
2. Вероятность того, что хотя бы один представитель малого сегмента попадет в выборку.

Отсюда следует, что вероятность попадания в выборку хотя бы одного представителя малого сегмента равна:

 $1-0,9^{n}$ **(2)**

Будем считать, что попадание в выборку хотя бы одного представителя малого сегмента происходит с определенной доверительной вероятностью $β.$Таким образом, получаем формулу, по которой можно рассчитать объем случайной выборки для двух сегментов в пропорциях 90:10 так, чтобы в нее попал хотя бы один представитель малого сегмента:

 $1-0,9^{n}=$ $β$ **(3)**

Отсюда $n$ равно:

 $n=(1-β) $ **(4)**

Если доверительная вероятность равна 0,99, получим следующее:

$n=(1-0,99)= 0,01= 43,709≈44$ респондента

Если доверительная вероятность равна 0,95, получим следующее:

$n=(1-0,95)= 0,05= 28,433≈29$ респондентов (округляем к большему значению)

Если доверительная вероятность равна 0,9, получим следующее:

$n=(1-0,9)= 0,1= 21,854≈22$ респондента

**Задача 3.2.а (столбец 6).** Определить объем выборки для двух сегментов в пропорциях 90:10 так, чтобы в нее попали хотя бы три представителя малого сегмента.

**Решение.**

$p -$ вероятность появления в популяции представителя малого сегмента ($p$ = 0,1).

$n -$ объем выборки.

Вероятность того, что в выборку попадут менее, чем 3 представителя малого сегмента, равна:

 $C\_{n}^{0}0,1^{0}(1-0,1)^{n-0}+C\_{n}^{1}0,1^{1}(1-0,1)^{n-1}+C\_{n}^{2}0,1^{2}(1-0,1)^{n-2}=0,9^{n}+0,1∙0,9^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{2}∙0,9^{n-2}$ **(1)**

Сумма приведенных ниже вероятностей равна 1:

1. Вероятность того, что в выборку попадут менее, чем 3 представителя малого сегмента;
2. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы 3 представителя малого сегмента.

Отсюда следует, что вероятность попадания в выборку хотя бы 3 представителей малого сегмента равна:

 $1-0,9^{n}-0,1∙0,9^{n-1}∙n-\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{2}∙0,9^{n-2}$ **(2)**

Будем считать, что попадание в выборку хотя бы 3 представителей малого сегмента происходит с определенной доверительной вероятностью $β.$Таким образом, получаем формулу, по которой можно рассчитать объем случайной выборки для двух сегментов в пропорциях 90:10 так, чтобы в нее попали хотя бы три представителя малого сегмента:

 $1-0,9^{n}-0,1∙0,9^{n-1}∙n-\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{2}∙0,9^{n-2}=$ $β$

$0,9^{n}+0,1∙0,9^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{2}∙0,9^{n-2}=1-β$ **(3)**

Если доверительная вероятность равна 0,99, получим следующее:

$$0,9^{n}+0,1∙0,9^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{2}∙0,9^{n-2}=1-0,99; $$

$$0,9^{n}+0,1∙0,9^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{2}∙0,9^{n-2}=0,01; $$

$n≈81$ респондент

Если доверительная вероятность равна 0,95, получим следующее:

$$0,9^{n}+0,1∙0,9^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{2}∙0,9^{n-2}=1-0,95; $$

$$0,9^{n}+0,1∙0,9^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{2}∙0,9^{n-2}=0,05; $$

$n≈61$ респондент

Если доверительная вероятность равна 0,9, получим следующее:

$$0,9^{n}+0,1∙0,9^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{2}∙0,9^{n-2}=1-0,9; $$

$$0,9^{n}+0,1∙0,9^{n-1}∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{2}∙0,9^{n-2}=0,1; $$

$n≈52$ респондента

**Задача 3.1.б (столбец 6).** Определить объем выборки для двух сегментов в пропорциях 90:10 так, чтобы каждый сегмент был представлен хотя бы одним респондентом.

**Решение.**

$p\_{1} -$ вероятность попадания в выборку представителя первого сегмента ($p\_{1}$ = 0,9).

$p\_{2} -$ вероятность попадания в выборку представителя второго сегмента ($p\_{2}$ = 0,1).

$n -$ объем выборки.

Вероятность того, что в выборку попадут только представители первого сегмента, равна:

 $C\_{n}^{n}0,9^{n}(1-0,9)^{n-n}=0,9^{n}$ **(1)**

Вероятность того, что в выборку попадут только представители второго сегмента, равна:

 $C\_{n}^{n}0,1^{n}(1-0,1)^{n-n}=0,1^{n}$ **(2)**

Сумма приведенных ниже вероятностей равна 1:

1. Вероятность того, что в выборку попадут только представители первого сегмента;
2. Вероятность того, что в выборку попадут только представители второго сегмента;
3. Вероятность того, что каждый сегмент будет представлен хотя бы одним респондентом.

Следовательно, можем определить вероятность попадания в выборку хотя бы по одному респонденту из каждого сегмента:

 $1-0,9^{n}-0,1^{n}$ **(3)**

Будем считать, что попадание в выборку хотя бы по одному респонденту из каждого сегмента происходит с определенной доверительной вероятностью $β.$Таким образом, получаем формулу, по которой можно рассчитать объем случайной выборки для двух сегментов в пропорциях 90:10 так, чтобы каждый сегмент был представлен хотя бы одним респондентом:

 $1-0,9^{n}-0,1^{n}= β$

$0,9^{n}+0,1^{n}=1-β$ **(4)**

Если доверительная вероятность равна 0,99, получим следующее:

$$0,9^{n}+0,1^{n}=1-0,99; $$

$$0,9^{n}+0,1^{n}=0,01; $$

$n ≈44 респ$ондента

Если доверительная вероятность равна 0,95, получим следующее:

$$0,9^{n}+0,1^{n}=1-0,95; $$

$$0,9^{n}+0,1^{n}=0,05; $$

$n ≈29 респ$ондентов

Если доверительная вероятность равна 0,9, получим следующее:

$$0,9^{n}+0,1^{n}=1-0,9; $$

$$0,9^{n}+0,1^{n}=0,1; $$

$n ≈22 респ$ондента

*Результаты расчетов для задач 3.1.а и 3.1.б совпадают*

**Задача 3.2.б (столбец 6).** Определить объем выборки для двух сегментов в пропорциях 90:10 так, чтобы каждый сегмент был представлен хотя бы тремя респондентами.

**Решение.**

$p\_{1} -$ вероятность попадания в выборку представителя первого сегмента ($p\_{1}$ = 0,9).

$p\_{2} -$ вероятность попадания в выборку представителя второго сегмента ($p\_{2}$ = 0,1).

$n -$ объем выборки.

Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы три респондента только из первого сегмента, равна:

 $C\_{n}^{n}0,9^{n}(1-0,9)^{n-n}+C\_{n}^{n-1}0,9^{n-1}(1-0,9)^{1}+C\_{n}^{n-2}0,9^{n-2}(1-0,9)^{2}=0,9^{n}+0,9^{n-1}∙0,1∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{n-2}∙0,1^{2}$ **(1)**

Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы три респондента только из второго сегмента, равна:

$C\_{n}^{n}0,1^{n}(1-0,1)^{n-n}+C\_{n}^{n-1}0,1^{n-1}(1-0,1)^{1}+C\_{n}^{n-2}0,1^{n-2}(1-0,1)^{2}=0,1^{n}+0,1^{n-1}∙0,9∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{n-2}∙0,9^{2}$ **(2)**

Сумма приведенных ниже вероятностей равна 1:

1. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы три респондента только из первого сегмента;
2. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы три респондента только из второго сегмента;
3. Вероятность того, что каждый сегмент будет представлен хотя бы тремя респондентами.

Следовательно, вероятность того, что каждый сегмент будет представлен хотя бы 3 респондентами, равна:

 $1-0,9^{n}-0,9^{n-1}∙0,1∙n-\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{n-2}∙0,1^{2}-0,1^{n}-0,1^{n-1}∙0,9∙n-$

$\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{n-2}∙0,9^{2}$ **(3)**

Будем считать, что попадание в выборку хотя бы 3 респондентов из каждого сегмента происходит с определенной доверительной вероятностью $β.$Таким образом, получаем формулу, по которой можно рассчитать объем случайной выборки для двух сегментов в пропорциях 90:10 так, чтобы каждый сегмент был представлен хотя бы тремя респондентами:

 $1-0,9^{n}-0,9^{n-1}∙0,1∙n-\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{n-2}∙0,1^{2}-0,1^{n}-0,1^{n-1}∙0,9∙n-$

$\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{n-2}∙0,9^{2}=β$

$0,9^{n}+0,9^{n-1}∙0,1∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{n-2}∙0,1^{2}+0,1^{n}+0,1^{n-1}∙0,9∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{n-2}∙0,9^{2}=1-β$ **(4)**

Если доверительная вероятность равна 0,99, получим следующее:

$$0,9^{n}+0,9^{n-1}∙0,1∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{n-2}∙0,1^{2}+0,1^{n}+0,1^{n-1}∙0,9∙n+$$

$$\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{n-2}∙0,9^{2}=1-0,99; $$

$$0,9^{n}+0,9^{n-1}∙0,1∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{n-2}∙0,1^{2}+0,1^{n}+0,1^{n-1}∙0,9∙n+$$

$$\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{n-2}∙0,9^{2}=0,01; $$

$n ≈81 респ$ондент

Если доверительная вероятность равна 0,95, получим следующее:

$$0,9^{n}+0,9^{n-1}∙0,1∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{n-2}∙0,1^{2}+0,1^{n}+0,1^{n-1}∙0,9∙n+$$

$$\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{n-2}∙0,9^{2}=1-0,95; $$

$$0,9^{n}+0,9^{n-1}∙0,1∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{n-2}∙0,1^{2}+0,1^{n}+0,1^{n-1}∙0,9∙n+$$

$$\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{n-2}∙0,9^{2}=0,05; $$

$n ≈61 респ$ондент

Если доверительная вероятность равна 0,9, получим следующее:

$$0,9^{n}+0,9^{n-1}∙0,1∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{n-2}∙0,1^{2}+0,1^{n}+0,1^{n-1}∙0,9∙n+$$

$$\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{n-2}∙0,9^{2}=1-0,9; $$

$$0,9^{n}+0,9^{n-1}∙0,1∙n+\frac{n(n-1)}{2}∙0,9^{n-2}∙0,1^{2}+0,1^{n}+0,1^{n-1}∙0,9∙n+$$

$$\frac{n(n-1)}{2}∙0,1^{n-2}∙0,9^{2}=0,1; $$

$n ≈52 респ$ондента

*Результаты расчетов для задач 3.2.а и 3.2.б совпадают*

**Задача 4.1 (столбец 3).** Определить объем выборки для двух сегментов в пропорциях 50:50 так, чтобы каждый сегмент был представлен хотя бы одним респондентом.

**Решение.**

$p\_{1} -$ вероятность попадания в выборку представителя первого сегмента ($p\_{1}$ = 0,5).

$p\_{2} -$ вероятность попадания в выборку представителя второго сегмента ($p\_{2}$ = 0,5).

$n -$ объем выборки.

Вероятность того, что в выборку попадут только представители первого сегмента, равна:

 $C\_{n}^{n}0,5^{n}(1-0,5)^{n-n}=0,5^{n}$ **(1)**

Вероятность того, что в выборку попадут только представители второго сегмента, тоже равна $0,5^{n}$.

Сумма приведенных ниже вероятностей равна 1:

1. Вероятность того, что в выборку попадут только представители первого сегмента;
2. Вероятность того, что в выборку попадут только представители второго сегмента;
3. Вероятность того, что в каждый сегмент будет представлен хотя бы одним респондентом.

Таким образом, можем определить вероятность попадания в выборку хотя бы по одному респонденту из каждого сегмента:

 $1-2∙0,5^{n}$ **(2)**

Будем считать, что попадание в выборку хотя бы по одному респонденту из каждого сегмента происходит с определенной доверительной вероятностью $β.$Таким образом, получаем формулу, по которой можно рассчитать объем случайной выборки для двух сегментов в пропорциях 50:50 так, чтобы каждый сегмент был представлен хотя бы одним респондентом:

$1-2∙0,5^{n}= β$**(3)**

Отсюда $n$ равно:

 $n=(\frac{1-β}{2}) $ **(4)**

Если доверительная вероятность равна 0,99, получим следующее:

$n=(\frac{1-0,99}{2})=0,005=7,644≈8 $ респондентов

Если доверительная вероятность равна 0,95, получим следующее:

$n=(\frac{1-0,95}{2})=0,025=5,322≈6 $ респондентов (округляем к большему значению)

Если доверительная вероятность равна 0,9, получим следующее:

$n=(\frac{1-0,9}{2})=0,05=4,322≈5 $ респондентов (округляем к большему значению)

**Задача 4.2 (столбец 3).** Определить объем выборки для двух сегментов в пропорциях 50:50 так, чтобы каждый сегмент был представлен хотя бы тремя респондентами.

**Решение.**

$p\_{1} -$ вероятность попадания в выборку представителя первого сегмента ($p\_{1}$ = 0,5).

$p\_{2} -$ вероятность попадания в выборку представителя второго сегмента ($p\_{2}$ = 0,5).

$n -$ объем выборки.

Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы три респондента только из первого сегмента, равна:

 $C\_{n}^{n}0,5^{n}(1-0,5)^{n-n}+C\_{n}^{n-1}0,5^{n-1}(1-0,5)^{1}+C\_{n}^{n-2}0,5^{n-2}(1-0,5)^{2}=$

$0,5^{n}+0,5^{n}∙n+0,5^{n}∙\frac{n(n-1)}{2}$ **(1)**

Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы три респондента только из второго сегмента, тоже равна $0,5^{n}+0,5^{n}∙n+0,5^{n}∙\frac{n(n-1)}{2}$.

Сумма приведенных ниже вероятностей равна 1:

1. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы три респондента только из первого сегмента;
2. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы три респондента только из второго сегмента;
3. Вероятность того, что каждый сегмент будет представлен хотя бы тремя респондентами.

Следовательно, вероятность того, что каждый сегмент будет представлен хотя бы тремя респондентами, равна:

 $1-2∙0,5^{n}(1+n+\frac{n(n-1)}{2})$ **(2)**

Будем считать, что попадание в выборку хотя бы 3 респондентов из каждого сегмента происходит с определенной доверительной вероятностью $β.$Таким образом, получаем формулу, по которой можно рассчитать объем случайной выборки для двух сегментов в пропорциях 50:50 так, чтобы каждый сегмент был представлен хотя бы тремя респондентами:

 $1-2∙0,5^{n}(1+n+\frac{n(n-1)}{2})=β$

$0,5^{n}(1+n+\frac{n(n-1)}{2})=\frac{1-β}{2}$ **(3)**

Если доверительная вероятность равна 0,99, получим следующее:

$$0,5^{n}(1+n+\frac{n(n-1)}{2})=\frac{1-0,99}{2}; $$

$$0,5^{n}(1+n+\frac{n(n-1)}{2})=0,005; $$

$n ≈15 респ$ондентов

Если доверительная вероятность равна 0,95, получим следующее:

$$0,5^{n}(1+n+\frac{n(n-1)}{2})=\frac{1-0,95}{2}; $$

$$0,5^{n}(1+n+\frac{n(n-1)}{2})=0,025; $$

$n ≈12 респ$ондентов

Если доверительная вероятность равна 0,9, получим следующее:

$$0,5^{n}(1+n+\frac{n(n-1)}{2})=\frac{1-0,9}{2}; $$

$$0,5^{n}(1+n+\frac{n(n-1)}{2})=0,05; $$

$n ≈11 респ$ондентов

**Задача 5.1 (столбец 4).** Определить объем выборки для трех сегментов в пропорциях 33:33:33[[1]](#footnote-1) так, чтобы каждый сегмент был представлен хотя бы одним респондентом.

**Решение.**

$p\_{1} -$ вероятность попадания в выборку представителя первого сегмента ($p\_{1}$ = 1/3).

$p\_{2} -$ вероятность попадания в выборку представителя второго сегмента ($p\_{2}$ = 1/3).

$p\_{3} -$ вероятность попадания в выборку представителя третьего сегмента ($p\_{3}$ = 1/3).

$n -$ объем выборки.

Вероятность того, что в выборку попадут только представители первого сегмента, равна:

 $C\_{n}^{n}(1/3)^{n}(1-1/3)^{n-n}=(1/3)^{n}$ **(1)**

Вероятности того, что:

1. в выборку попадут только представители второго сегмента
2. в выборку попадут только представители третьего сегмента, тоже равны $(1/3)^{n}$.

Сумма приведенных ниже вероятностей равна 1:

1. Вероятность того, что в выборку попадут только представители первого сегмента;
2. Вероятность того, что в выборку попадут только представители второго сегмента;
3. Вероятность того, что в выборку попадут только представители третьего сегмента;
4. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы по одному представителю из 1 и 2 сегментов;
5. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы по одному представителю из 1 и 3 сегментов;
6. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы по одному представителю из 2 и 3 сегментов;
7. Вероятность того, что каждый из 3 сегментов будет представлен хотя бы одним респондентом.

Отсюда можно определить сумму вероятностей 4-7:

$1-3∙(1/3)^{n}$ **(2)**

Вероятность того, что в выборку не попадет ни один представитель 3 сегмента (следовательно, в нее попадут только представители 1 и/или 2 сегментов – это сумма вероятностей 1, 2, 4), равна:

$C\_{n}^{0}(1/3)^{0}(1-1/3)^{n-0}=(2/3)^{n}$ **(3)**

Вероятности того, что:

1. в выборку не попадет ни один представитель 2 сегмента (следовательно, в нее попадут только представители 1 и/или 3 сегментов – это сумма вероятностей 1, 3, 5)
2. в выборку не попадет ни один представитель 1 сегмента (следовательно, в нее попадут только представители 2 и/или 3 сегментов – это сумма вероятностей 2, 3, 6),

тоже равны $(2/3)^{n}$.

Таким образом, можем определить сумму вероятностей 4-6:

$3∙(2/3)^{n}-6∙(1/3)^{n}$ **(4)**

Нам нужно определить вероятность того, что каждый из 3 сегментов будет представлен хотя бы одним респондентом (вероятность 7). Зная суммы вероятностей 4-7 и 4-6, сделать это несложно:

$1-3∙(2/3)^{n}+3∙(1/3)^{n}$ **(5)**

Будем считать, что попадание в выборку хотя бы по одному респонденту из каждого сегмента происходит с определенной доверительной вероятностью $β.$Таким образом, получаем формулу, по которой можно рассчитать объем случайной выборки для трех сегментов в пропорциях 33:33:33 так, чтобы каждый сегмент был представлен хотя бы одним респондентом:

$1-3∙(2/3)^{n}+3∙(1/3)^{n}= β$

$(2/3)^{n}-(1/3)^{n}=\frac{1-β}{3}$ **(6)**

Если доверительная вероятность равна 0,99, получим следующее:

$$(2/3)^{n}-(1/3)^{n}=\frac{1-0,99}{3}; $$

$$(2/3)^{n}-(1/3)^{n}=\frac{0,01}{3}; $$

$n ≈15 респ$ондентов

Если доверительная вероятность равна 0,95, получим следующее:

$$(2/3)^{n}-(1/3)^{n}=\frac{1-0,95}{3}; $$

$$(2/3)^{n}-(1/3)^{n}=\frac{0,05}{3}; $$

$n ≈11 респ$ондентов

Если доверительная вероятность равна 0,9, получим следующее:

$$(2/3)^{n}-(1/3)^{n}=\frac{1-0,9}{3}; $$

$$(2/3)^{n}-(1/3)^{n}=\frac{0,1}{3}; $$

$n ≈9 респ$ондентов

**Задача 5.2 (столбец 4).** Определить объем выборки для трех сегментов в пропорциях 33:33:33[[2]](#footnote-2) так, чтобы каждый сегмент был представлен хотя бы тремя респондентами.

**Решение.**

$p\_{1} -$ вероятность попадания в выборку представителя первого сегмента ($p\_{1}$ = 1/3).

$p\_{2} -$ вероятность попадания в выборку представителя второго сегмента ($p\_{2}$ = 1/3).

$p\_{3} -$ вероятность попадания в выборку представителя третьего сегмента ($p\_{3}$ = 1/3).

$n -$ объем выборки.

Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы три респондента только из первого сегмента, равна:

 $C\_{n}^{n}(1/3)^{n}(1-1/3)^{n-n}+C\_{n}^{n-1}(1/3)^{n-1}(1-1/3)^{1}+C\_{n}^{n-2}(1/3)^{n-2}(1-1/3)^{2}=(1/3)^{n}+$

$(1/3)^{n-1}∙(2/3)∙n+(1/3)^{n-2}∙(2/3)^{2}∙\frac{n(n-1)}{2}$ **(1)**

Вероятности того, что:

1. в выборку попадут хотя бы три респондента только из второго сегмента
2. в выборку попадут хотя бы три респондента только из третьего сегмента,

тоже равны $(1/3)^{n}+(1/3)^{n-1}∙(2/3)∙n+(1/3)^{n-2}∙(2/3)^{2}∙\frac{n(n-1)}{2}$.

Сумма приведенных ниже вероятностей равна 1:

1. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы три респондента только из первого сегмента;
2. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы три респондента только из второго сегмента;
3. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы три респондента только из третьего сегмента;
4. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы по три представителя из 1 и 2 сегментов;
5. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы по три представителя из 1 и 3 сегментов;
6. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы по три представителя из 2 и 3 сегментов;
7. Вероятность того, что каждый из 3 сегментов будет представлен хотя бы тремя респондентами.

Таким образом, можем определить сумму вероятностей 4-7:

$1-3∙((1/3)^{n}+(1/3)^{n-1}∙(2/3)∙n+(1/3)^{n-2}∙(2/3)^{2}∙\frac{n(n-1)}{2})$ **(2)**

Вероятность того, что в выборку не попадут хотя бы три респондента из 3 сегмента (следовательно, в нее попадут хотя бы три респондента из 1 и/или 2 сегментов – это сумма вероятностей 1, 2, 4), равна:

$$C\_{n}^{0}(1/3)^{0}(1-1/3)^{n-0}+C\_{n}^{1}(1/3)^{1}(1-1/3)^{n-1}+C\_{n}^{2}(1/3)^{2}(1-1/3)^{n-2}=(2/3)^{n}+$$

$(1/3)∙(2/3)^{n-1}∙n+(1/3)^{2}∙(2/3)^{n-2}∙\frac{n(n-1)}{2}$ **(3)**

Вероятности того, что:

1. в выборку не попадут хотя бы три респондента из 2 сегмента (следовательно, в нее попадут хотя бы три респондента из 1 и/или 3 сегментов – это сумма вероятностей 1, 3, 5)
2. в выборку не попадут хотя бы три респондента из 1 сегмента (следовательно, в нее попадут хотя бы три респондента из 2 и/или 3 сегментов – это сумма вероятностей 2, 3, 6),

тоже равны $(2/3)^{n}+(1/3)∙(2/3)^{n-1}∙n+(1/3)^{2}∙(2/3)^{n-2}∙\frac{n(n-1)}{2}$.

Таким образом, можем определить сумму вероятностей 4-6:

$3∙((2/3)^{n}+(1/3)∙(2/3)^{n-1}∙n+(1/3)^{2}∙(2/3)^{n-2}∙\frac{n(n-1)}{2})-6∙((1/3)^{n}+(1/3)^{n-1}∙n∙(2/3)+(1/3)^{n-2}∙(2/3)^{2}∙\frac{n(n-1)}{2})$ **(4)**

Нам нужно определить вероятность того, что каждый из 3 сегментов будет представлен хотя бы тремя респондентами (вероятность 7). Зная суммы вероятностей 4-7 и 4-6, сделать это несложно:

$1-3∙((2/3)^{n}+(1/3)∙(2/3)^{n-1}∙n+(1/3)^{2}∙(2/3)^{n-2}∙\frac{n(n-1)}{2})+3∙((1/3)^{n}+(1/3)^{n-1}∙(2/3)∙n+(1/3)^{n-2}∙(2/3)^{2}∙\frac{n(n-1)}{2})$ **(5)**

Будем считать, что попадание в выборку хотя бы 3 респондентов из каждого сегмента происходит с определенной доверительной вероятностью $β.$Таким образом, получаем формулу, по которой можно рассчитать объем случайной выборки для трех сегментов в пропорциях 33:33:33 так, чтобы каждый сегмент был представлен хотя бы тремя респондентами:

$1-3∙((2/3)^{n}+(1/3)∙(2/3)^{n-1}∙n+(1/3)^{2}∙(2/3)^{n-2}∙\frac{n(n-1)}{2})+3∙((1/3)^{n}+(1/3)^{n-1}∙(2/3)∙n+(1/3)^{n-2}∙(2/3)^{2}∙\frac{n(n-1)}{2})= β$

$$(2/3)^{n}-(1/3)^{n}+(2/9)∙n∙((2/3)^{n-2}-(1/3)^{n-2})+(4/81)∙\frac{n(n-1)}{2}∙$$

$((2/3)^{n-4}-(1/3)^{n-4})=\frac{1-β}{3}$ **(6)**

Если доверительная вероятность равна 0,99, получим следующее:

$$(2/3)^{n}-(1/3)^{n}+(2/9)∙n∙((2/3)^{n-2}-(1/3)^{n-2})+$$

$$(4/81)∙\frac{n(n-1)}{2}∙((2/3)^{n-4}-(1/3)^{n-4})=\frac{1-0,99}{3}; $$

$$(2/3)^{n}-(1/3)^{n}+(2/9)∙n∙((2/3)^{n-2}-(1/3)^{n-2})+$$

$$(4/81)∙\frac{n(n-1)}{2}∙((2/3)^{n-4}-(1/3)^{n-4})=\frac{0,01}{3}; $$

$n ≈26 респ$ондентов

Если доверительная вероятность равна 0,95, получим следующее:

$$(2/3)^{n}-(1/3)^{n}+(2/9)∙n∙((2/3)^{n-2}-(1/3)^{n-2})+$$

$$(4/81)∙\frac{n(n-1)}{2}∙((2/3)^{n-4}-(1/3)^{n-4})=\frac{1-0,95}{3}; $$

$$(2/3)^{n}-(1/3)^{n}+(2/9)∙n∙((2/3)^{n-2}-(1/3)^{n-2})+$$

$$(4/81)∙\frac{n(n-1)}{2}∙((2/3)^{n-4}-(1/3)^{n-4})=\frac{0,05}{3}; $$

$n ≈21 респ$ондент

Если доверительная вероятность равна 0,9, получим следующее:

$$(2/3)^{n}-(1/3)^{n}+(2/9)∙n∙((2/3)^{n-2}-(1/3)^{n-2})+$$

$$(4/81)∙\frac{n(n-1)}{2}∙((2/3)^{n-4}-(1/3)^{n-4})=\frac{1-0,9}{3}; $$

$$(2/3)^{n}-(1/3)^{n}+(2/9)∙n∙((2/3)^{n-2}-(1/3)^{n-2})+$$

$$(4/81)∙\frac{n(n-1)}{2}∙((2/3)^{n-4}-(1/3)^{n-4})=\frac{0,1}{3};$$

$n ≈18 респ$ондентов

**Задача 6 (столбец 5).** Определить объем выборки для четырех сегментов в пропорциях 25:25:25:25 так, чтобы каждый сегмент был представлен хотя бы одним респондентом.

**Решение.**

$p\_{1} -$ вероятность попадания в выборку представителя первого сегмента ($p\_{1}$ = 0,25).

$p\_{2} -$ вероятность попадания в выборку представителя второго сегмента ($p\_{2}$ = 0,25).

$p\_{3} -$ вероятность попадания в выборку представителя третьего сегмента ($p\_{3}$ = 0,25).

$p\_{4} -$ вероятность попадания в выборку представителя четвертого сегмента ($p\_{4}$ = 0,25).

$n -$ объем выборки.

Вероятность того, что в выборку попадут только представители первого сегмента, равна:

 $C\_{n}^{n}(0,25)^{n}(1-0,25)^{n-n}=0,25^{n}$ **(1)**

Вероятности того, что:

1. в выборку попадут только представители второго сегмента
2. в выборку попадут только представители третьего сегмента
3. в выборку попадут только представители четвертого сегмента, тоже равны $0,25^{n}$.

Сумма приведенных ниже вероятностей равна 1:

1. Вероятность того, что в выборку попадут только представители первого сегмента;
2. Вероятность того, что в выборку попадут только представители второго сегмента;
3. Вероятность того, что в выборку попадут только представители третьего сегмента;
4. Вероятность того, что в выборку попадут только представители четвертого сегмента;
5. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы по одному представителю из 1 и 2 сегментов;
6. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы по одному представителю из 1 и 3 сегментов;
7. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы по одному представителю из 1 и 4 сегментов;
8. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы по одному представителю из 2 и 3 сегментов;
9. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы по одному представителю из 2 и 4 сегментов;
10. Вероятность того, что в выборку попадут хотя бы по одному представителю из 3 и 4 сегментов;
11. Вероятность того, что каждый из сегментов 1, 2, 3 будет представлен хотя бы одним респондентом;
12. Вероятность того, что каждый из сегментов 1, 2, 4 будет представлен хотя бы одним респондентом;
13. Вероятность того, что каждый из сегментов 1, 3, 4 будет представлен хотя бы одним респондентом;
14. Вероятность того, что каждый из сегментов 2, 3, 4 будет представлен хотя бы одним респондентом;
15. Вероятность того, что каждый из 4 сегментов будет представлен хотя бы одним респондентом.

Следовательно, можем определить сумму вероятностей 5-15:

$1-4∙0,25^{n}$ **(2)**

Вероятность того, что в выборку не попадет ни один представитель 4 сегмента (следовательно, в нее попадут представители хотя бы одного из сегментов 1-3 – это сумма вероятностей 1, 2, 3, 5, 6, 8, 11), равна:

$C\_{n}^{0}(0,25)^{0}(1-0,25)^{n-0}=0,75^{n}$ **(3)**

Вероятности того, что:

1. в выборку не попадет ни один представитель 3 сегмента (следовательно, в нее попадут представители хотя бы одного из сегментов 1, 2, 4 – это сумма вероятностей 1, 2, 4, 5, 7, 9, 12)
2. в выборку не попадет ни один представитель 2 сегмента (следовательно, в нее попадут представители хотя бы одного из сегментов 1, 3, 4 – это сумма вероятностей 1, 3, 4, 6, 7, 10, 13)
3. в выборку не попадет ни один представитель 1 сегмента (следовательно, в нее попадут представители хотя бы одного из сегментов 2-4 – это сумма вероятностей 2, 3, 4, 8, 9, 10, 14),

тоже равны $0,75^{n}$.

Вероятность того, что в выборку попадут только представители 1 и/или 2 сегментов (сумма вероятностей 1, 2, 5), равна:

$C\_{n}^{n}(0,25+0,25)^{n}(1-0,25-0,25)^{n-n}=0,5^{n}$ **(4)**

Вероятности того, что:

1. в выборку попадут только представители 1 и/или 3 сегментов (сумма вероятностей 1, 3, 6)
2. в выборку попадут только представители 1 и/или 4 сегментов (сумма вероятностей 1, 4, 7)
3. в выборку попадут только представители 2 и/или 3 сегментов (сумма вероятностей 2, 3, 8)
4. в выборку попадут только представители 2 и/или 4 сегментов (сумма вероятностей 2, 4, 9)
5. в выборку попадут только представители 3 и/или 4 сегментов (сумма вероятностей 3, 4, 10), тоже равны $0,5^{n}$.

Располагая этой информацией, можем рассчитать сумму вероятностей 5-14:

$4∙0,75^{n}-6∙0,5^{n}$ **(5)**

Нам нужно определить вероятность того, что каждый из 4 сегментов будет представлен хотя бы одним респондентом (вероятность 15). Зная суммы вероятностей 5-15 и 5-14, сделать это несложно:

$1-4∙0,25^{n}-4∙0,75^{n}+6∙0,5^{n}$ **(6)**

Будем считать, что попадание в выборку хотя бы по одному респонденту из каждого сегмента происходит с определенной доверительной вероятностью $β.$Таким образом, получаем формулу, по которой можно рассчитать объем случайной выборки для четырех сегментов в пропорциях 25:25:25:25 так, чтобы каждый сегмент был представлен хотя бы одним респондентом:

$1-4∙0,25^{n}-4∙0,75^{n}+6∙0,5^{n}= β$

$0,25^{n}+0,75^{n}-1,5∙0,5^{n}=\frac{1-β}{4}$ **(7)**

Если доверительная вероятность равна 0,99, получим следующее:

$$0,25^{n}+0,75^{n}-1,5∙0,5^{n}=\frac{1-0,99}{4}; $$

$$0,25^{n}+0,75^{n}-1,5∙0,5^{n}=\frac{0,01}{4}; $$

$n ≈21 респ$ондент

Если доверительная вероятность равна 0,95, получим следующее:

$$0,25^{n}+0,75^{n}-1,5∙0,5^{n}=\frac{1-0,95}{4}; $$

$$0,25^{n}+0,75^{n}-1,5∙0,5^{n}=\frac{0,05}{4}; $$

$n ≈16 респ$ондентов

Если доверительная вероятность равна 0,9, получим следующее:

$$0,25^{n}+0,75^{n}-1,5∙0,5^{n}=\frac{1-0,9}{4}; $$

$$0,25^{n}+0,75^{n}-1,5∙0,5^{n}=\frac{0,1}{4}; $$

$n ≈13 респ$ондентов

1. Если точнее, в пропорциях 1/3:1/3:1/3. [↑](#footnote-ref-1)
2. Если точнее, в пропорциях 1/3:1/3:1/3. [↑](#footnote-ref-2)